

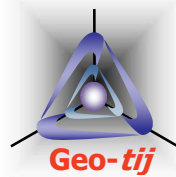
Subloading tij modelの最近の話題

－ 土の挙動とモデルの特徴およびパラメータの決定法 －

参考資料

tij 地盤解析研究所
(株)地域 地盤 環境研究所

中井照夫

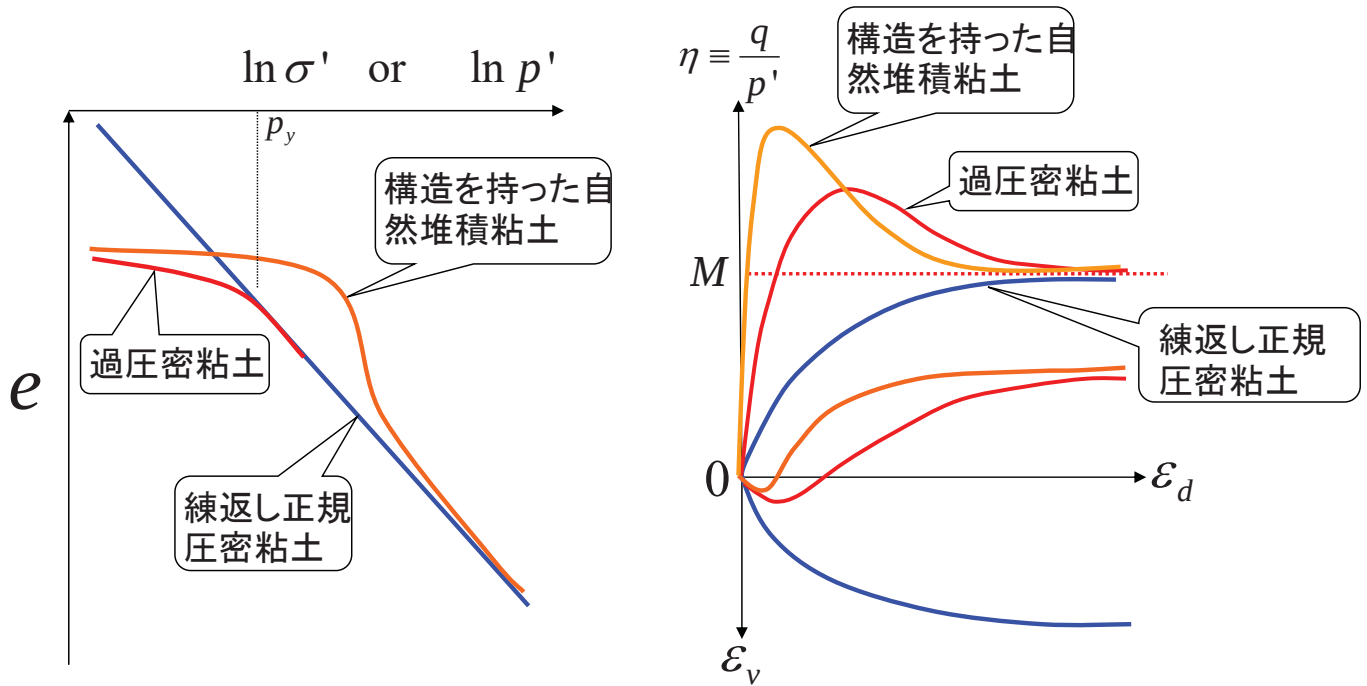


1

実際の土の挙動と既往のモデルの限界

2

正規圧密土・過圧密土・自然堆積土

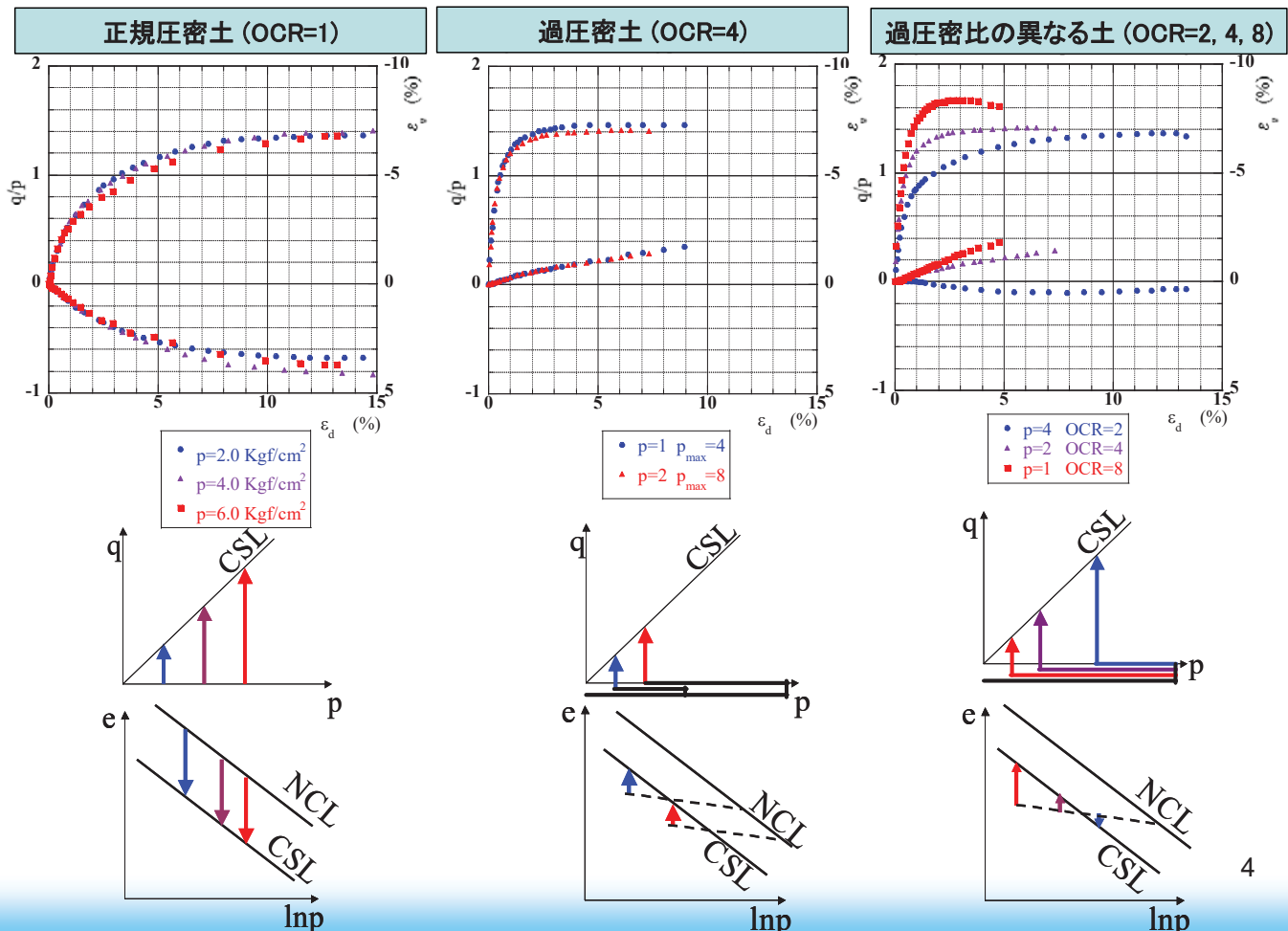


圧密挙動

せん断挙動

3

粘土のせん断特性(実測値)



4

弾塑性論

降伏関数

• 1D

$$f = F(\sigma) - H(\varepsilon^p) = 0 \quad (1つの応力と1つの塑性ひずみの関係式)$$



• 3D

$$f = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) - H(\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p, \varepsilon_3^p) = 0 \quad (\text{等方性材料})$$

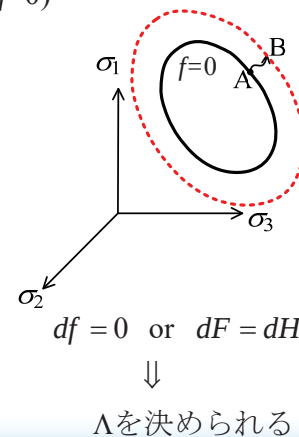
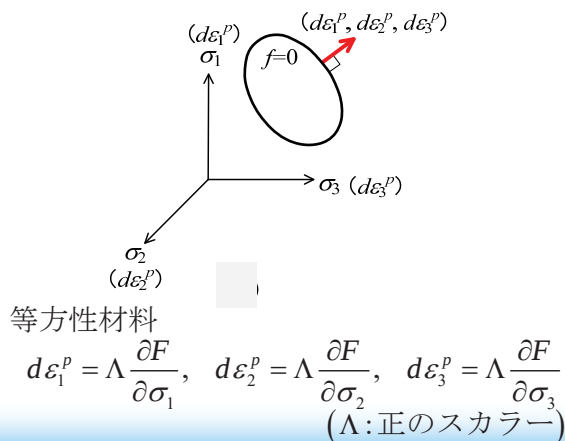


(3つの応力パラメータ $\Rightarrow$ 2つの応力パラメータ)

$$f = F(p, q) - H(\varepsilon_v^p, \varepsilon_d^p) = 0$$

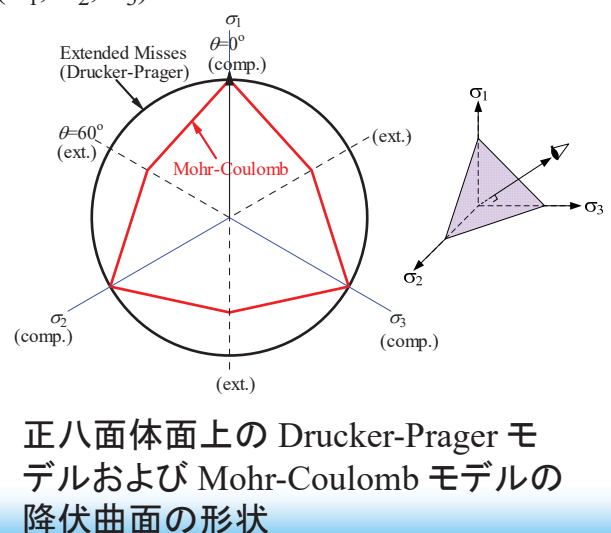
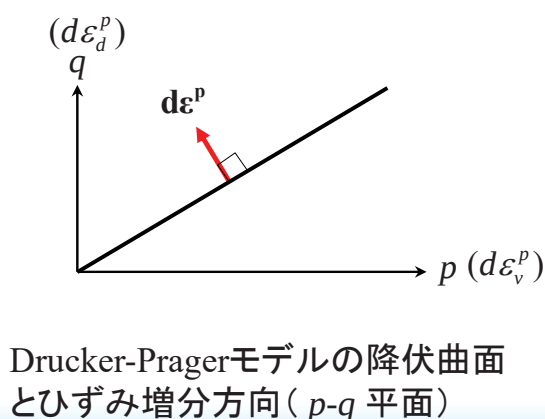
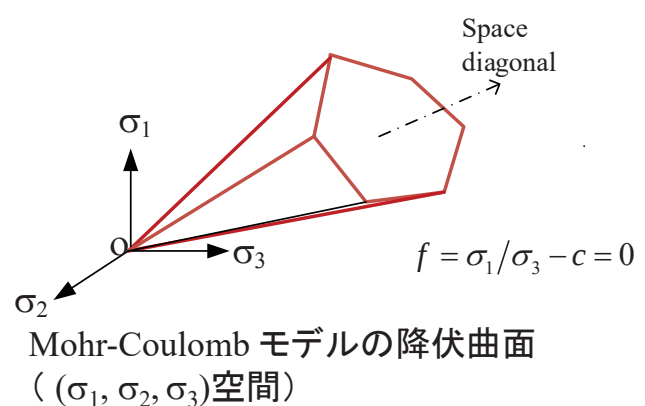
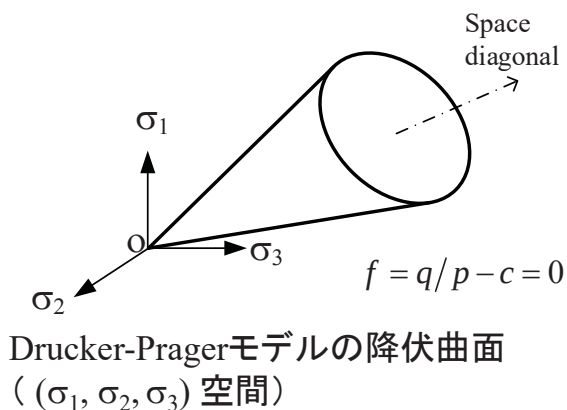
• 直交則より

• 適応条件 ($df=0$)



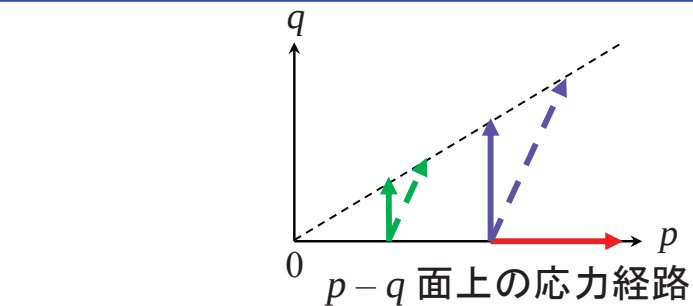
5

地盤材料の弾・完全塑性モデルの例

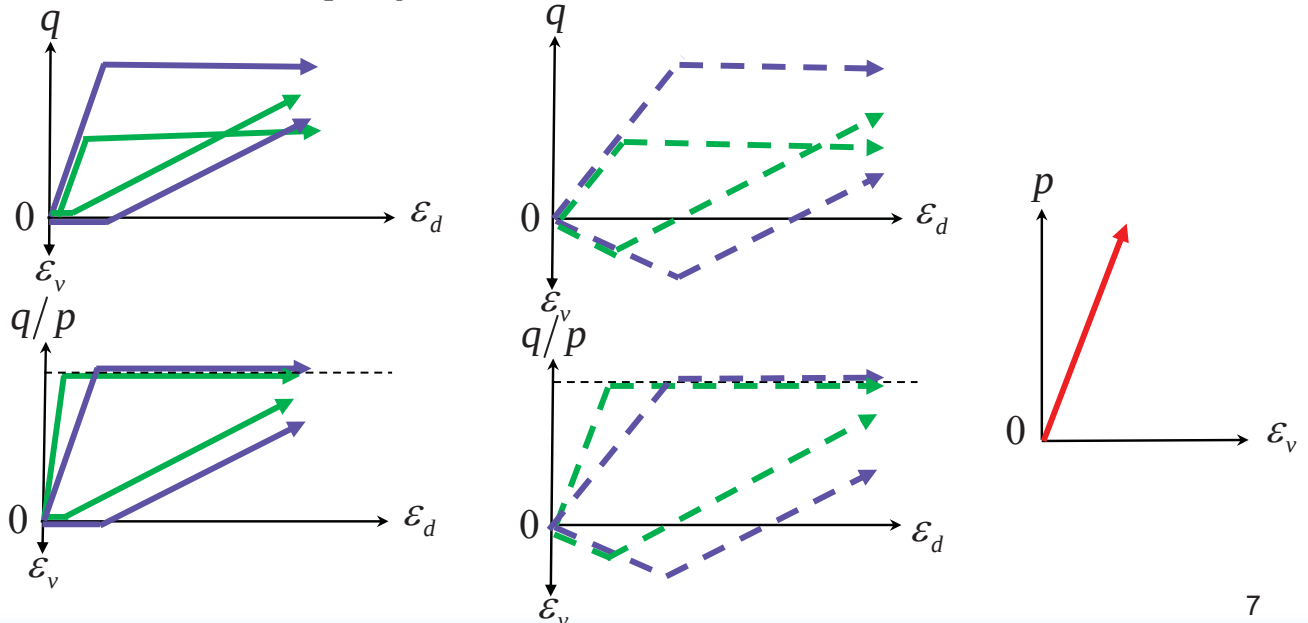


6

Drucker -Prager modelの応力・ひずみ関係



Morh—Coulomb modelでも q/p が σ_1/σ_3 に変わるだけで、特徴は同じ。
 ただ、Morh—Coulomb modelでは引張り応力は出ない。



7

Cam clay modelと特徴

$$f = F - H = 0$$

$$F = \ln \frac{p_1}{p_0} = \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \quad (\text{where } \eta = q/p)$$

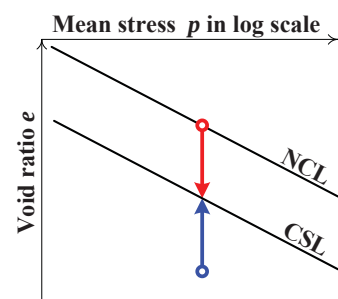
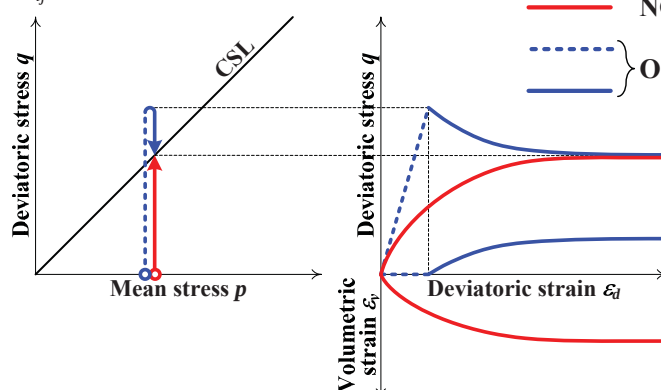
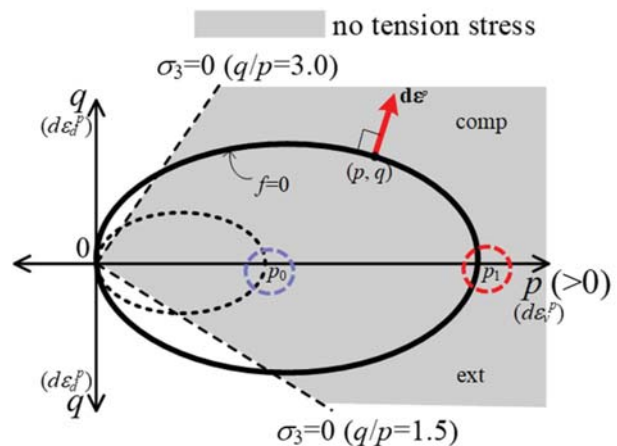
$$H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa}$$

ここに、 $\zeta(\eta)$ は $\zeta(0) = 0$ を満たす増加関数

$$\zeta(\eta) = \frac{\eta}{M} \quad (\text{ori.})$$

$$= \ln \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \quad (\text{mod.})$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$



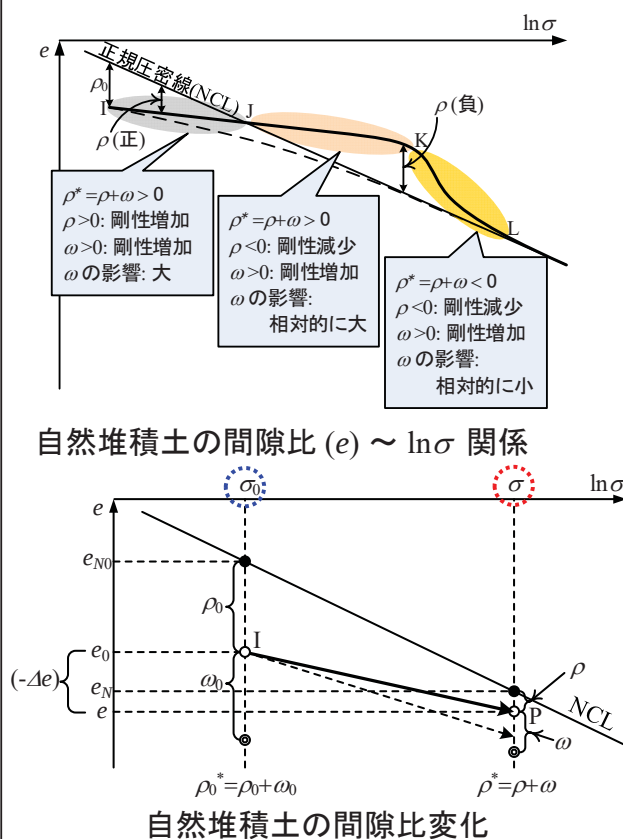
Cam clay modelによるせん断時の土の応力～ひずみ挙動の応答

8

Subloading tij model の特徴と材料パラメータの決定法

9

1次元モデル



$$(-\Delta e)^p = \lambda \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} - \kappa \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} - (\rho_0 - \rho)$$

$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

適応条件: $df = 0$

$$df = dF - dH + \frac{d\rho}{\lambda - \kappa} = 0$$

$$\begin{cases} F = \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \text{ の発展則: } d\rho = -G(\rho^*) \cdot d(-e)^p \\ \text{ここに、} \rho^* = \rho + \omega \\ \omega \text{ の発展則: } d\omega = -Q(\omega) \cdot d(-e)^p \\ \omega = \omega_0 + \int d\omega \end{cases}$$

(塑性成分)

$$d(-e)^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho^*)} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma}$$

(弾性成分)

$$d(-e)^e = \kappa \frac{d\sigma}{\sigma}$$

$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho^*)} + \kappa \right\} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

where $\rho^* = \rho + \omega$

10

1次元モデルの解析結果

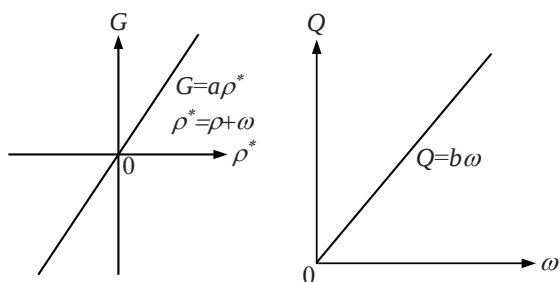
$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho^*)} + \kappa \right\} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

where $\rho^* = \rho + \omega$

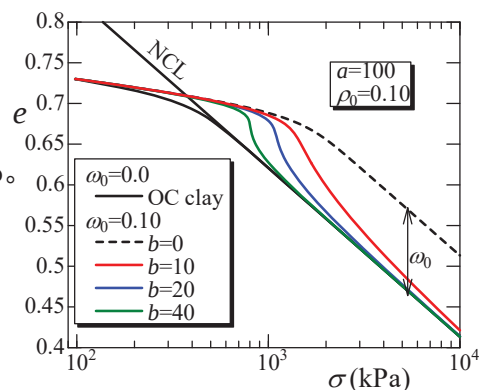
上式で $\rho^*=0$ とすると正規圧密土、 $\omega=0$ とすると過圧密土になる。

材料パラメーター

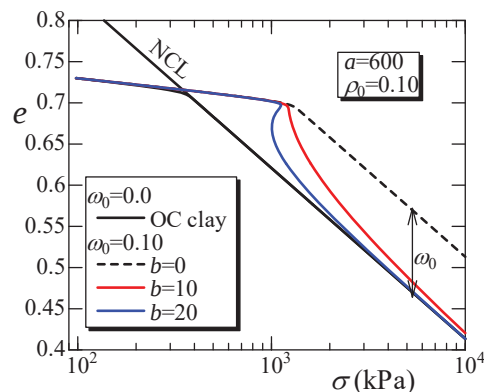
λ	0.09
κ	0.01
N (e_N at $\sigma = 98\text{kPa}$)	0.83
a	100, 600
ω_0	0.1
b	10, 20, 40



1次式の単調増加関数で与えた $G(\rho^*)$ と $Q(\omega)$



$a=100$



$a=600$

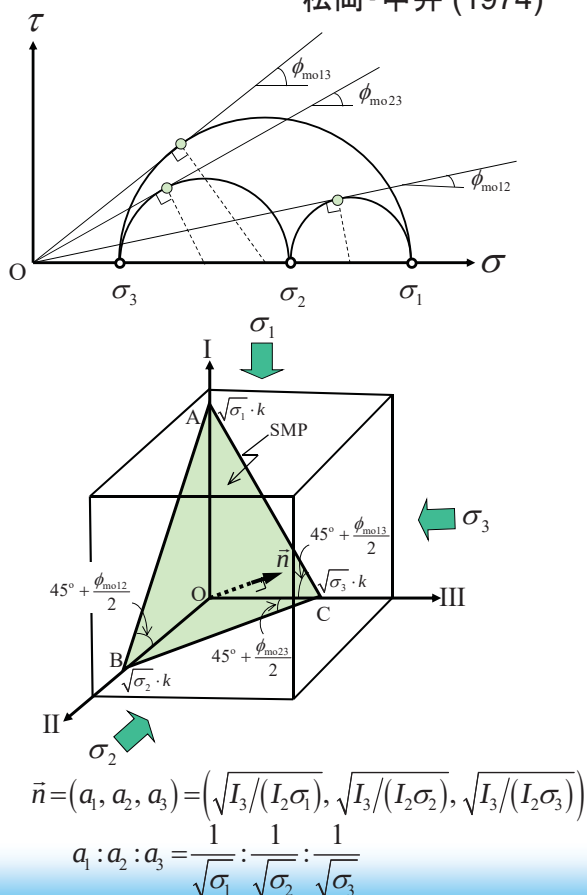
b を変えた計算例

11

t_{ij} model で着目する面

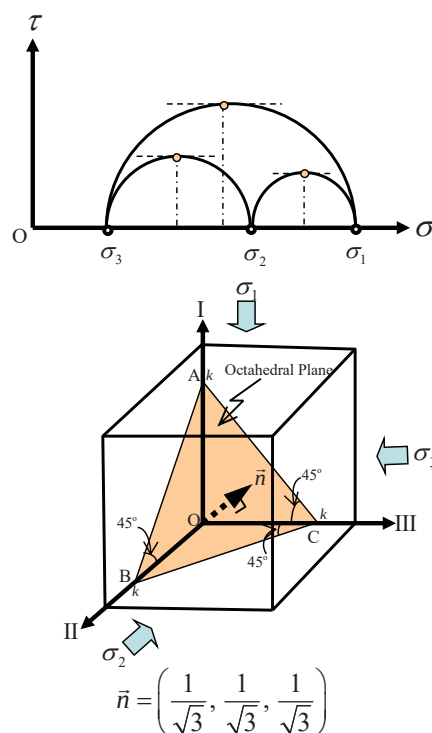
空間滑動面 (SMP)

松岡・中井 (1974)



cf. ordinary model (e.g. Cam clay)

正八面体面 (Oct. plane)



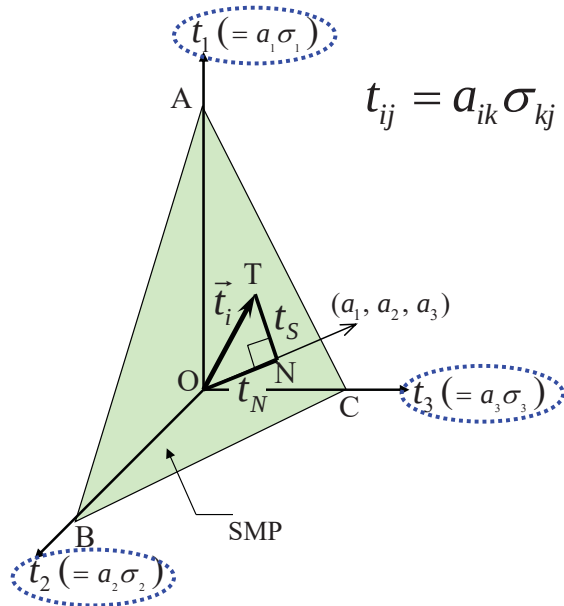
12

t_{ij} modelで使われる応力パラメータ

t_{ij} の概念に基づく応力の不変量

中井・三原(1984)

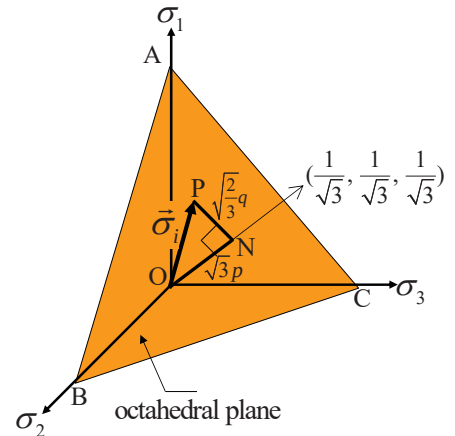
$$t_1 = a_1 \sigma_1, \quad t_2 = a_2 \sigma_2, \quad t_3 = a_3 \sigma_3$$



$$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$$

$$\begin{cases} t_N = ON = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 \\ t_S = NT = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \end{cases}$$

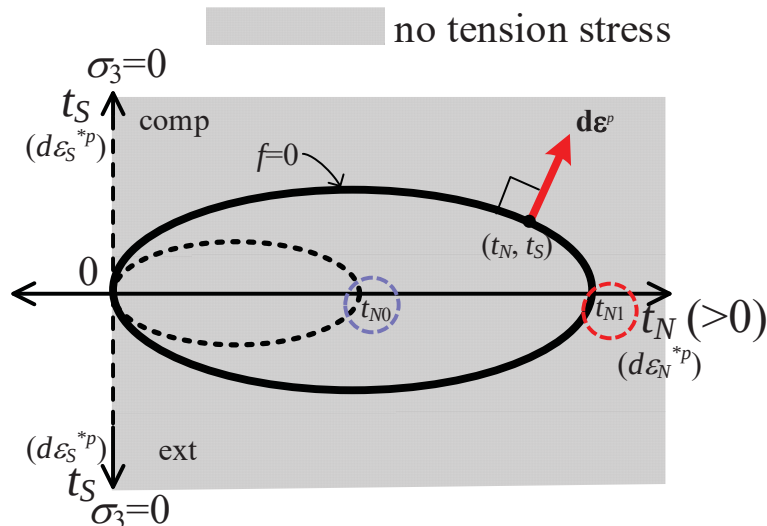
cf. ordinary model (e.g. Cam clay)



$$\begin{cases} p = \frac{1}{\sqrt{3}} ON = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ q = \frac{1}{\sqrt{2}} NP = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{cases}$$

13

t_{ij} model



$$d \varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

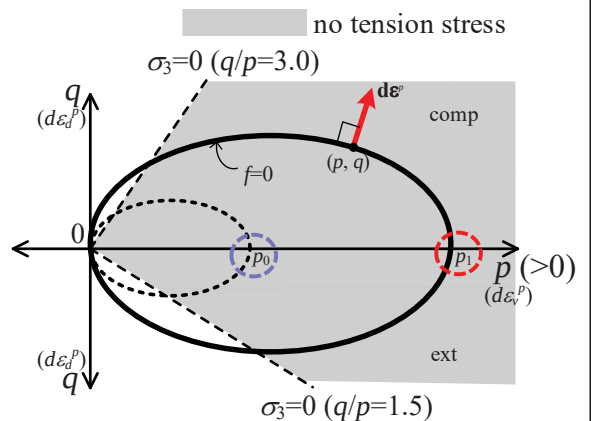
$$F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \varsigma(X) \quad (\text{where } X = t_S / t_N)$$

$$\varsigma(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta$$

Λ は適応条件($df=0$)から決められる

t_{ij} modelの初期および現降伏曲面と塑性流れ則

cf. ordinary model (e.g. Cam clay)



$$d \varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

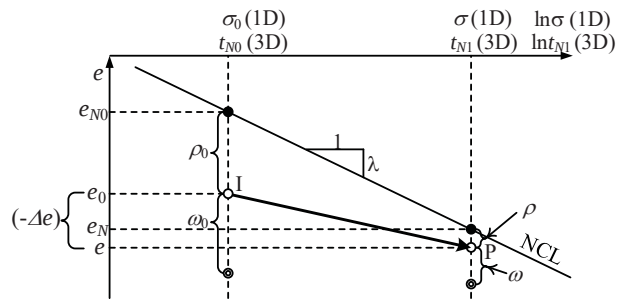
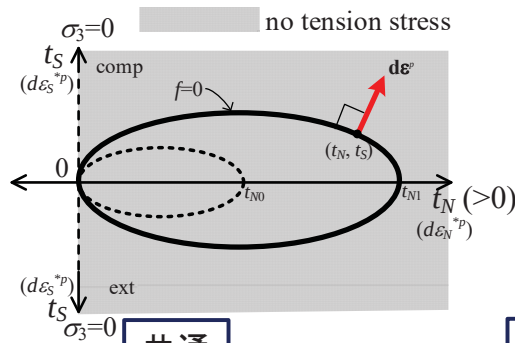
$$F = \ln \frac{p_1}{p_0} = \ln \frac{p}{p_0} + \varsigma(\eta) \quad (\text{where } \eta = q/p)$$

$$\varsigma(\eta) = \frac{\eta}{M} \quad (\text{ori.})$$

$$= \ln \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \quad (\text{mod.})$$

14

1D modelとSubloading t_{ij} model



降伏関数:

共通

3D

1D

$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

$$F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}}, \quad H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa}$$

$$F = \ln \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa}$$

適応条件($f=0$):

$$df = dF - dH + \frac{d\rho}{\lambda - \kappa} = 0$$

ρ, ω の発展則:

$$\rho^* = \rho + \omega$$

$$\begin{cases} G = a\rho^* \\ Q = b\omega \end{cases}$$

$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \frac{\Lambda}{t_N}$$

$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3} Q \frac{\Lambda}{t_N}$$

$$d\rho = -G d(-e)^p$$

$$d\omega = -Q d(-e)^p$$

塑性ひずみ増分:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} = \frac{dF}{\frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \left\{ \frac{\partial F}{\partial t_{kk}} + \frac{\sqrt{3} G}{(1+k_a X) t_N} \right\}} \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

$$d\varepsilon^p = \frac{d(-e)^p}{1+e_0} = \frac{dF}{\frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \{1 + G\}}$$

15

Subloadong t_{ij} modelの材料パラメータ

藤森粘土の材料パラメータ

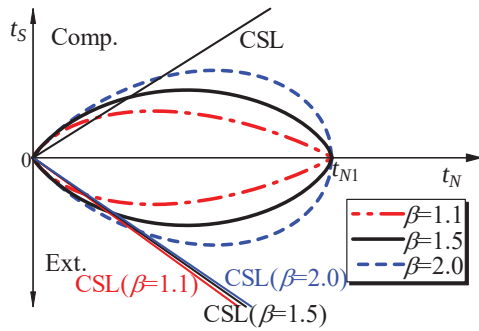
λ	0.090	Same parameters as Cam clay model
κ	0.010	
$N = e_{NC} \text{ at } p = 98 \text{ kPa}$	0.83	
$R_{cs} = (\sigma_1 / \sigma_3)_{cs(comp.)}$	3.5	
ν_e	0.2	
β	1.5	Shape of yield surface
a	100	Influence of density and confining pressure
k_a	8	
ω_0	0.10	Influence of bonding
b	20	
k_b	0	

Normally consolidated

Over consolidated

Structured

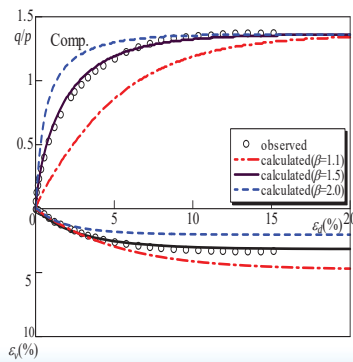
せん断時のパラメータ(β および R_{CS})



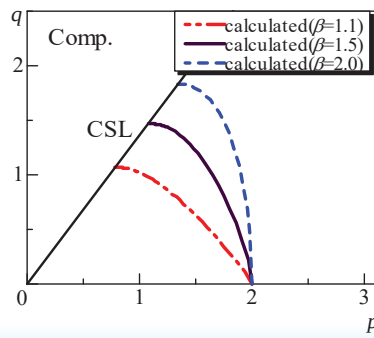
$t_N - t_s$ 平面での降伏曲面

$$\varsigma(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta$$

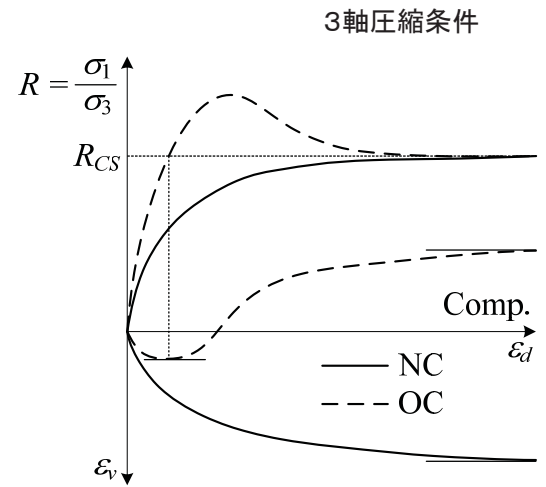
($\varsigma(0) = 0$ を満たす増加関数)



正規圧密土の排水三軸試験



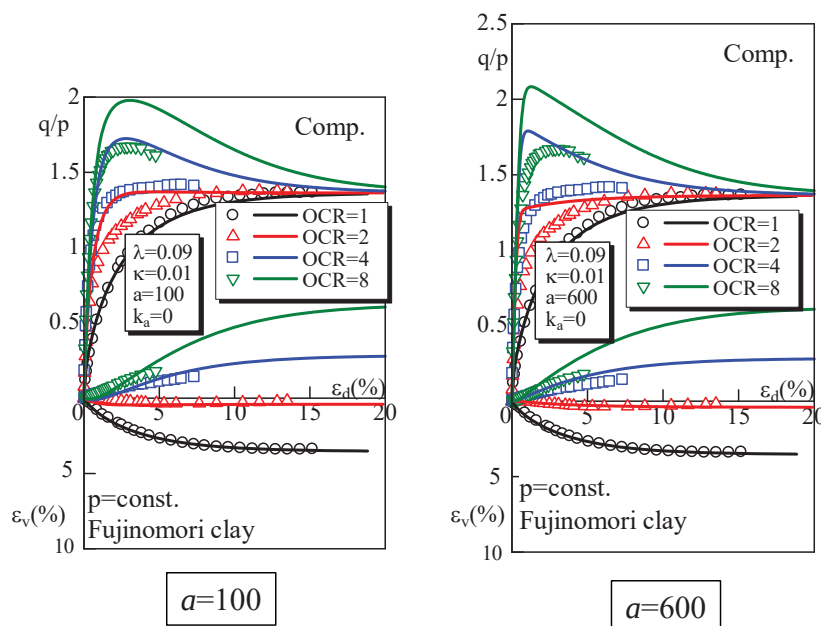
正規圧密土の非排水三軸試験



17

せん断試験結果(プロット)と1Dモデルと同じ発展則を使った解析結果(実線)

排水三軸圧縮試験

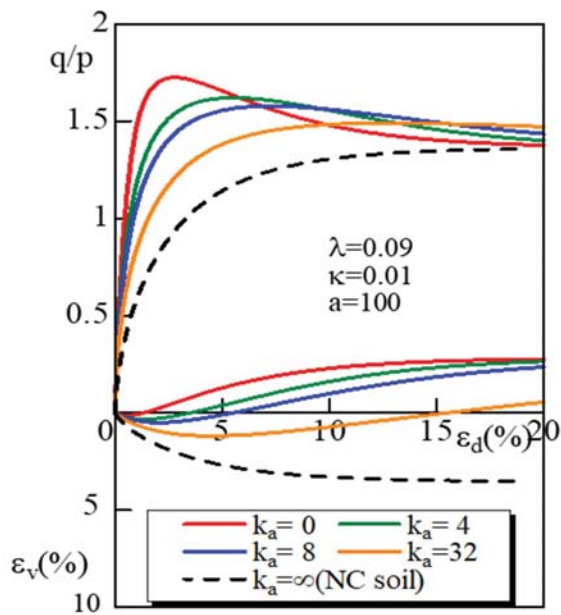


$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3}G \cdot \frac{\Lambda}{t_N} \quad (G = a\rho)$$

等方圧縮時には1次元モデルと同じ特性を示す発展則であるが、同じ a を使いせん断試験を解析すると、 a の値に依らず過圧密時に硬い応答を示す

18

せん断時の応力・ひずみ関係を調整するパラメータ k_a



$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3}G \cdot \frac{\Lambda}{t_N}$$

where, $G = a\rho$

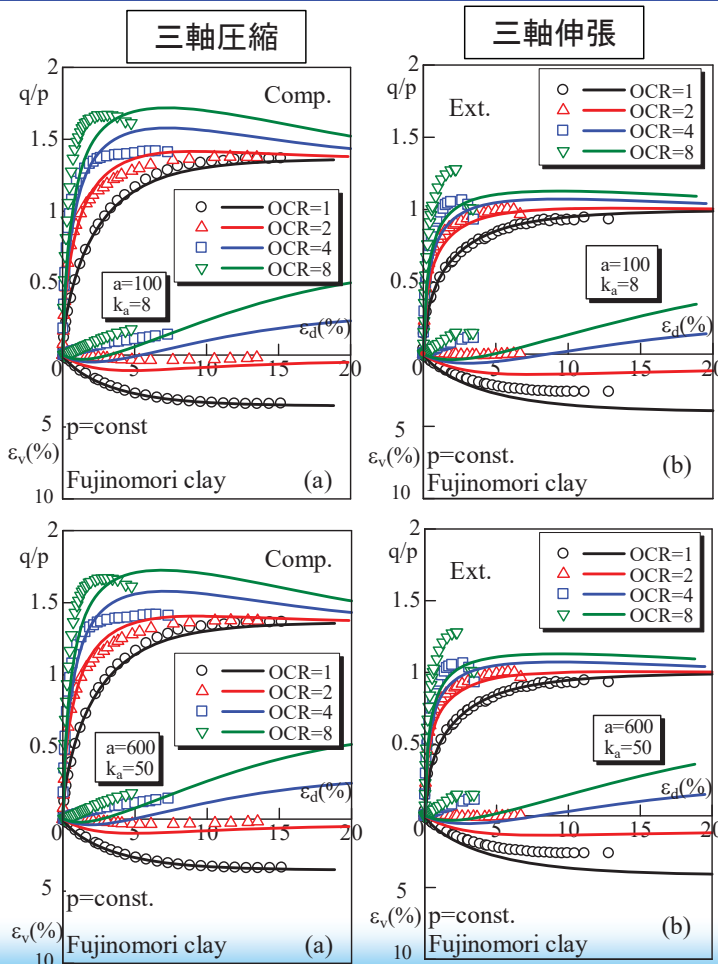


$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \cdot \frac{\Lambda}{t_N}$$

k_a の導入で同じ等方圧縮特性のままで、せん断時の応力・ひずみ特性を変えることが出来る。

19

正規および過圧密粘土のせん断で追加するパラメータ (k_a)



$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \cdot \frac{\Lambda}{t_N}$$

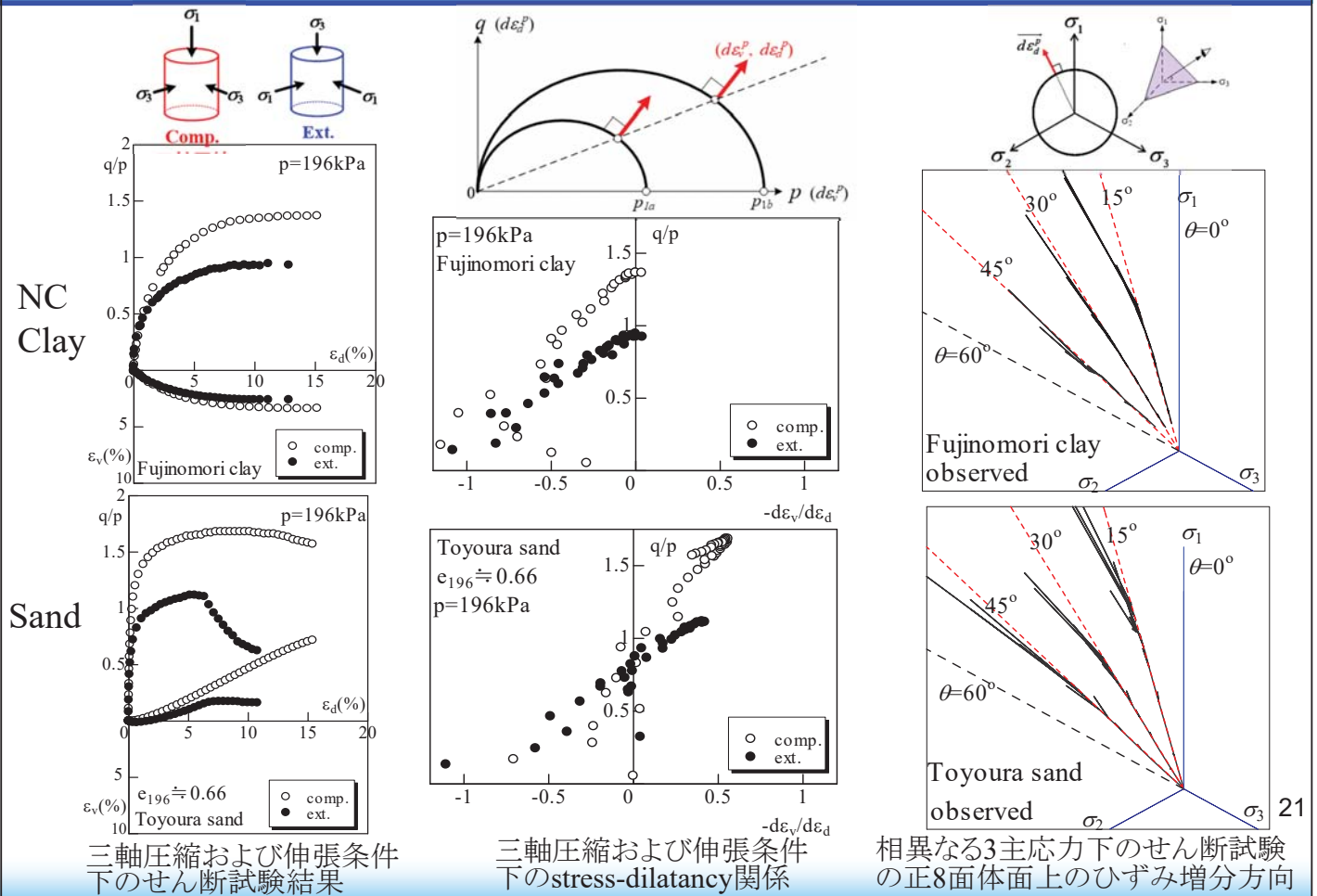
$a=100$ と $a=600$ の場合でも k_a で調整することにより、ほぼ同じせん断時の応力・ひずみ・ダイレイタンス挙動を表現可能。

ここに、 a と k_a の比率を同じにするとほぼ同一の応力・ひずみ曲線になる。

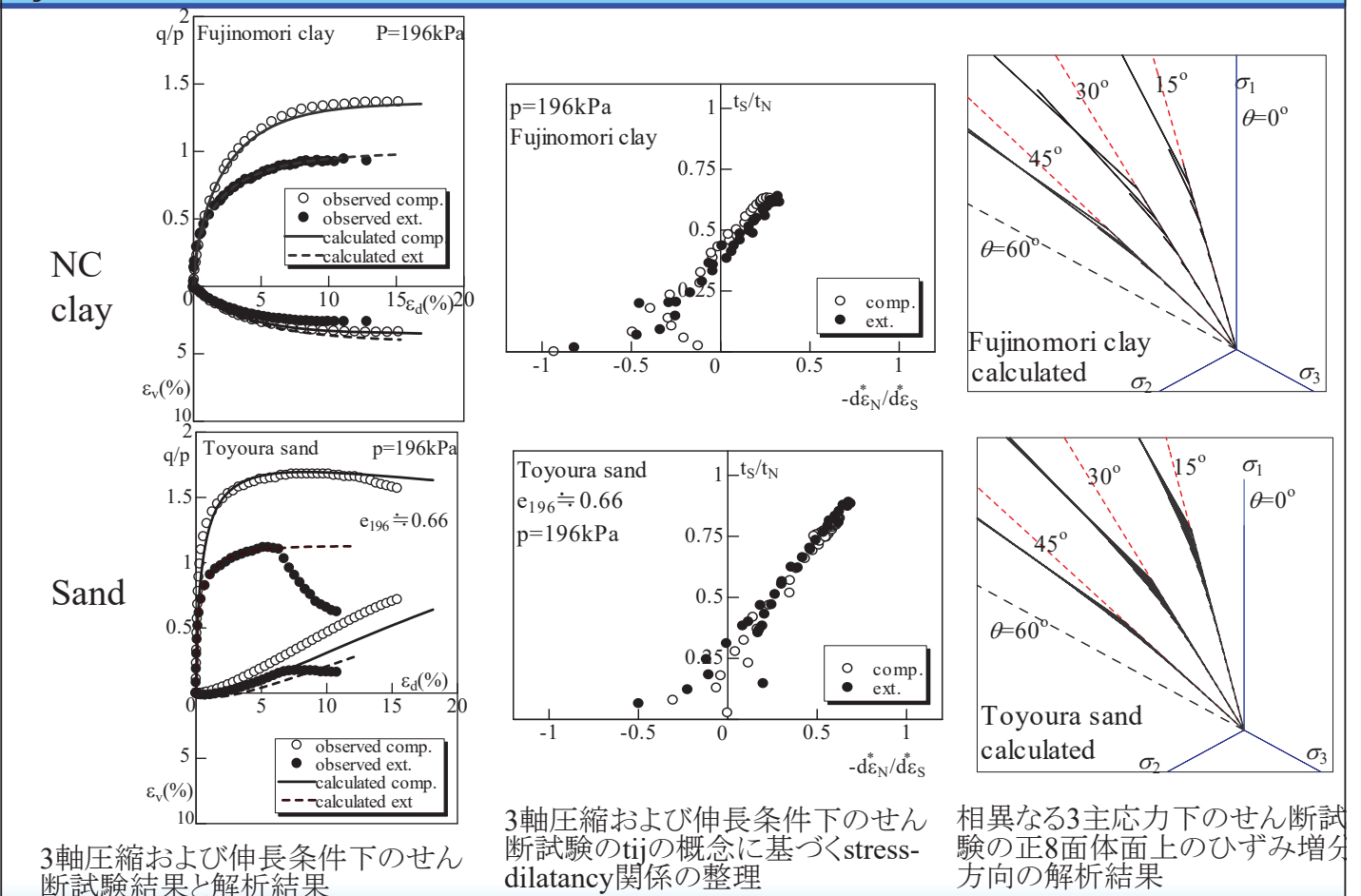
$$100:8 \square 600:50$$

20

通常のモデルのパラメータによる要素試験の整理



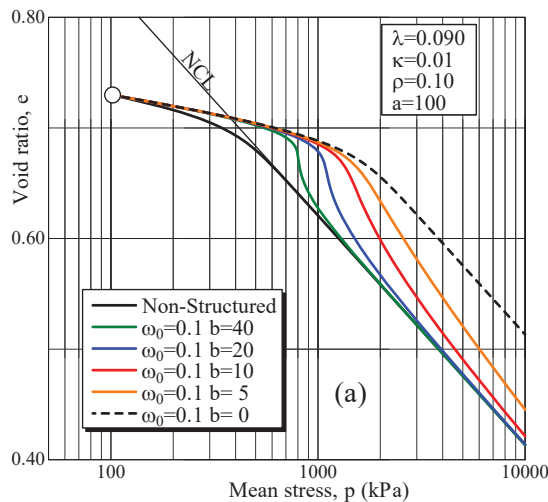
t_{ij} の概念による整理と解析結果



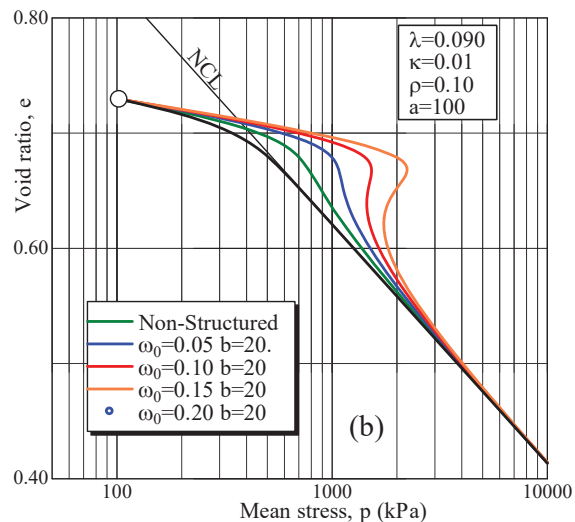
自然堆積土の圧縮に関するパラメータの決定法(ω_0, b)

自然堆積土の等方圧縮試験で追加するパラメータ

$$\omega = \omega_0 + \int d\omega, \quad d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}b\omega \frac{\Lambda}{t_N}$$



$\omega_0=0.1$ で b を変化させたときの解析結果

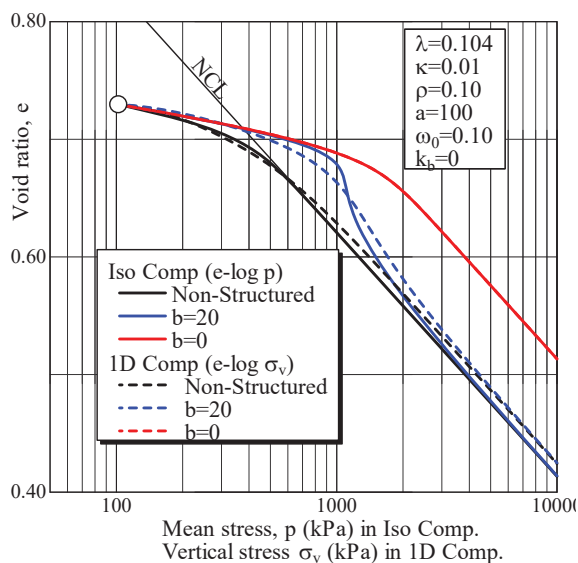


$b=20.0$ で ω_0 を変化させたときの解析結果

等方圧縮では1次元の圧縮特性と一致する。

23

過圧密土および自然堆積土の等方および標準圧密の解析



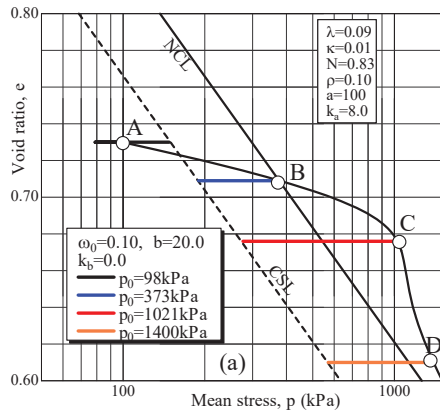
等方圧密の $e \sim \log p$ 関係のNCLと標準圧密の $e \sim \log \sigma_v$ 関係のNCLには大きな差はない。したがって、標準圧密からNCLを決めても問題はない。

bondingがある場合両者には多少の差はあるが、せん断特性のシュミレーションにおいて後述する k_b でせん断特性のfittingが可能といえる。

以上より、標準圧密試験と排水あるいは非排水せん断試験結果があればすべてのparameterが設定出来る。

24

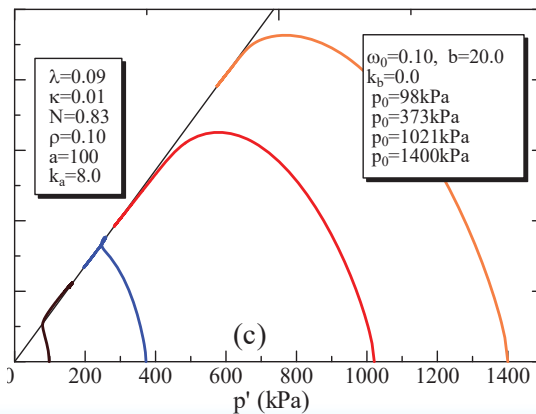
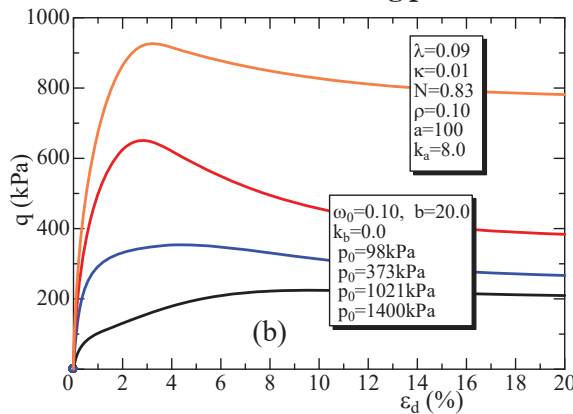
Structured clayの非排水せん断の解析(a=100, ka=8の場合)



$e_0=0.73$, $p_0=98\text{kPa}$, $\omega_0=0.10$, $b=20$ の初期状態から等方圧縮後異なる拘束応力下の非排水三軸圧縮の解析結果

$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}b\omega\frac{\Lambda}{t_N}$$

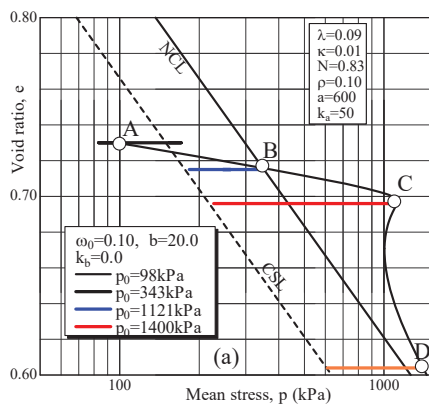
等方圧縮およびせん断時の $e \sim \log p$ 関係



25

非排水せん断時の偏差応力～偏差ひずみ関係と有効応力経路

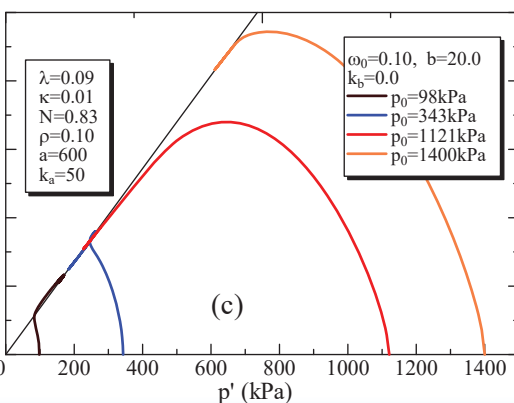
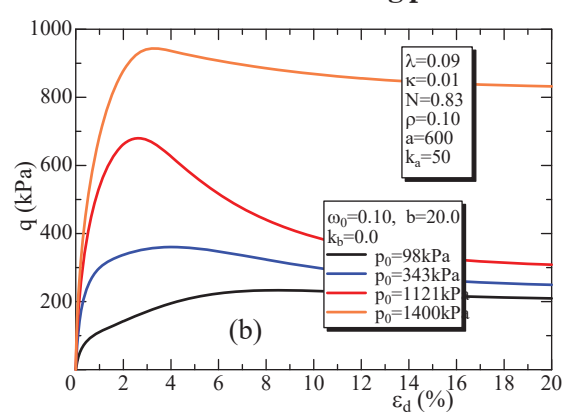
Structured clayの非排水せん断の解析(a=600, ka=50の場合)



$e_0=0.73$, $p_0=98\text{kPa}$, $\omega_0=0.10$, $b=20$ の初期状態から等方圧縮後異なる拘束応力下の非排水三軸圧縮の解析結果

$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}b\omega\frac{\Lambda}{t_N}$$

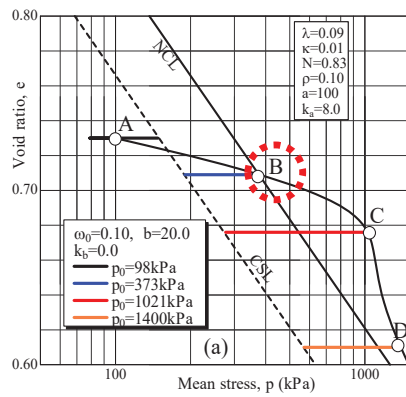
等方圧縮およびせん断時の $e \sim \log p$ 関係



26

非排水せん断時の偏差応力～偏差ひずみ関係と有効応力経路

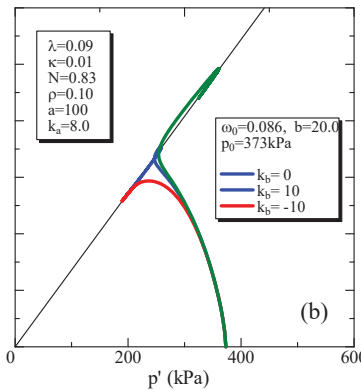
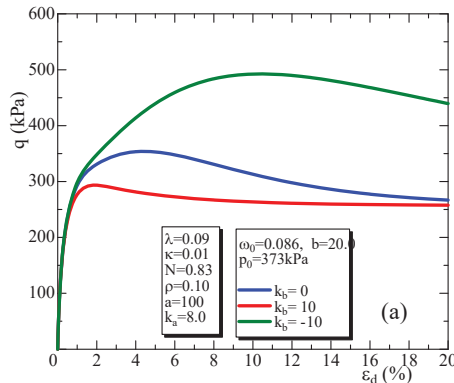
非排水せん断挙動を調整するパラメータ k_b



$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}b\omega \frac{\Lambda}{t_N}$$



$$\begin{cases} d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}b\omega \frac{\Lambda}{t_N} \cdot (1+k_b X) & \text{if } k_b \geq 0 \\ d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}b\omega \frac{\Lambda}{t_N} / (1-k_b X) & \text{if } k_b < 0 \end{cases}$$

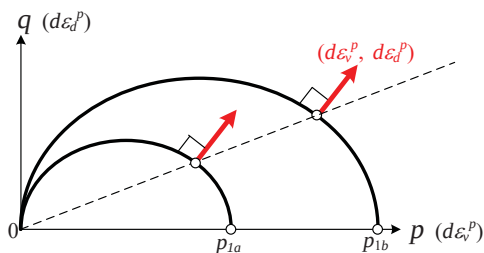


$k_b > 0$ でボンディングの影響をせん断時に早く消失させることが出来、 $k_b < 0$ で影響を遅くまで残すことが出来る。

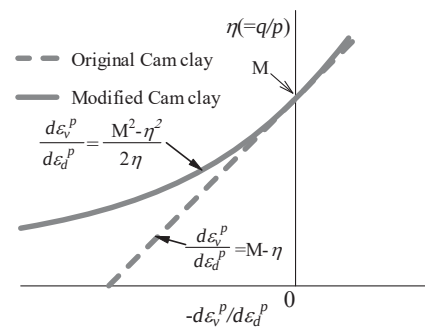
B点からの 非排水せん断時の偏差応力～偏差ひずみ関係と有効応力経路

27

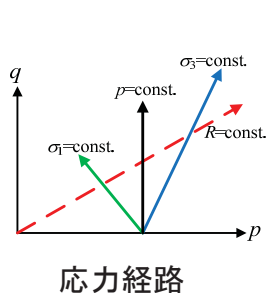
通常の弾塑性論の降伏関数とstress-dilatancy式の関係



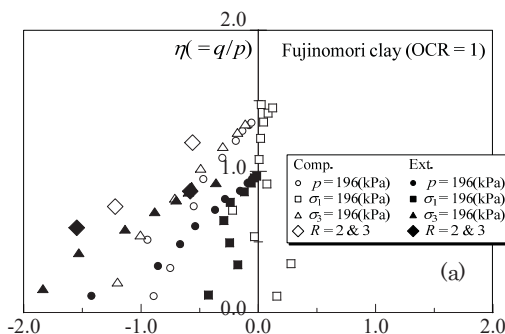
Cam clay type model の降伏関数と塑性ひずみ増分方向



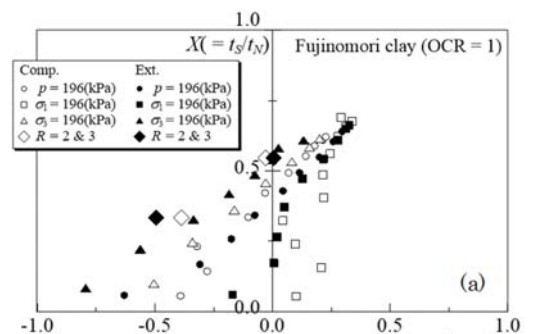
Cam clay type model のstress-dilatancy関係



応力経路



応力パラメータ(p, q)による整理



応力パラメータ(t_N , t_s)による整理

正規圧密粘土で応力履歴を変えた時のstress-dilatancy関係の実測値

28

塑性ひずみ増分方向の応力経路依存性の表現

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} = \frac{dF}{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left\{ \frac{\partial F}{\partial t_{kk}} + \frac{\sqrt{3} G}{(1+k_a X) t_N} \right\}} \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} = \frac{dF}{h^p} \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} \quad (a)$$

↓ 塑性ひずみ増分を関連流動則成分(AF)と等方圧縮成分(IC)に分ける

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= \frac{dF}{h^p} \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} - L^{(IC)} \frac{dt_N}{t_N} \cdot \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} + L^{(IC)} \frac{dt_N}{t_N} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \\ &= \left\{ \frac{dF}{h^p} - L^{(IC)} \frac{dt_N}{t_N} \frac{\partial F}{\partial t_{kk}} \right\} \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} + L^{(IC)} \frac{dt_N}{t_N} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \\ &= d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} + d\varepsilon_{ij}^{p(IC)} \quad (b) \end{aligned}$$

この時の(b)式の塑性体積比増分は

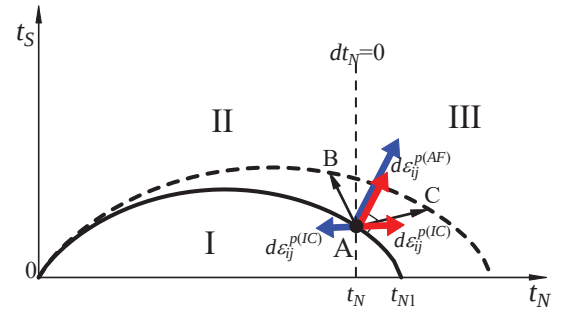
$$d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_m^p = \frac{dF}{h^p} \frac{\partial F}{\partial t_{mm}} - L^{(IC)} \frac{dt_N}{t_N} + L^{(IC)} \frac{dt_N}{t_N} = \frac{dF}{h^p} \frac{\partial F}{\partial t_{mm}} \quad (c)$$

となり、(a)式のそれと変わらない。ここに、 $L^{(IC)}$ は次式で与える。

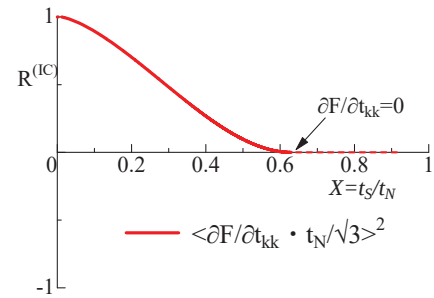
$$L^{(IC)} = \frac{R^{(IC)}}{h^{p(IC)}} = \frac{R^{(IC)}}{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \{1 + G/(1+k_a X)\}} \quad (d)$$

なお、 $R^{(IC)}$ は等方応力($X=0$)で1となり、 $\partial F/\partial t_{kk}=0$ で $R^{(IC)}=0$

となる減少関数であれば何でもよい



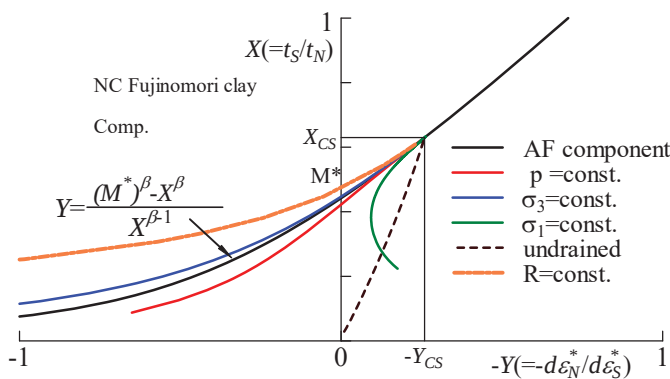
t_N が増える時(赤の矢印)と減る時(青の矢印)の関連流動則成分(AF)と等方圧縮成分(IC)



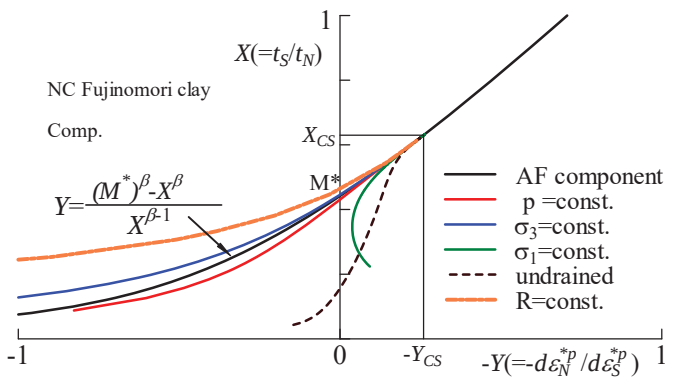
関数 $R^{(IC)}$ と応力比 X の関係

29

Subloading t_{ij} model (AF+IC)によるstress-dilatancy関係の解析結果

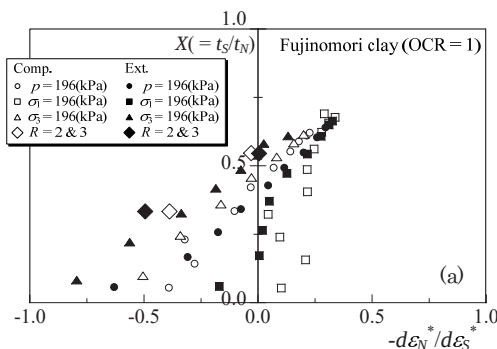


(a) 全ひずみ増分



(b) 塑性ひずみ増分

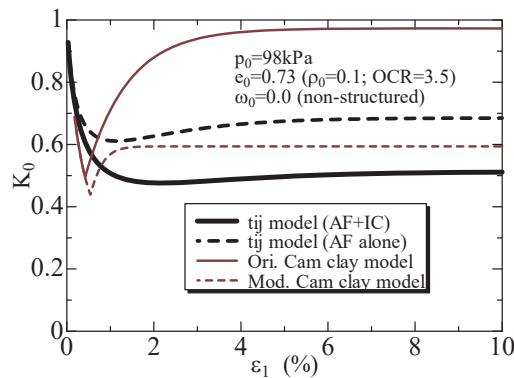
応力比～ひずみ増分比関係の解析結果



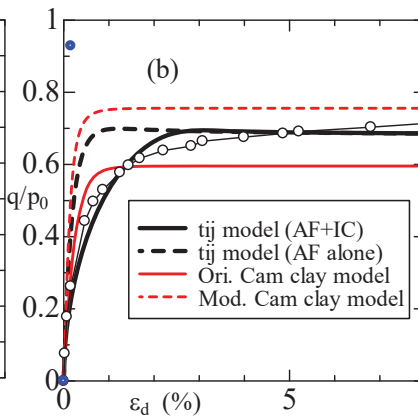
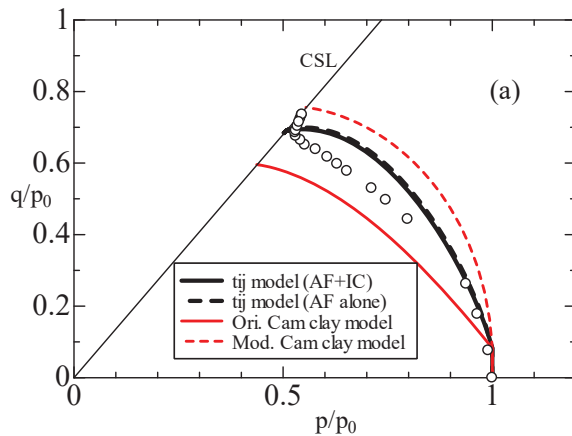
応力比～ひずみ増分比関係の実測値

30

Cam clay およびtj model による K_0 圧密および非排水せん断の解析



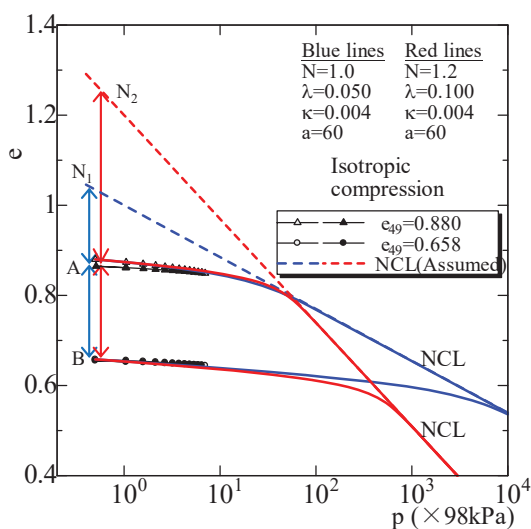
K_0 圧密試験の解析結果



正規圧密粘土の非排水挙動と解析

31

砂質土の材料パラメータ(N , λ)の決め方



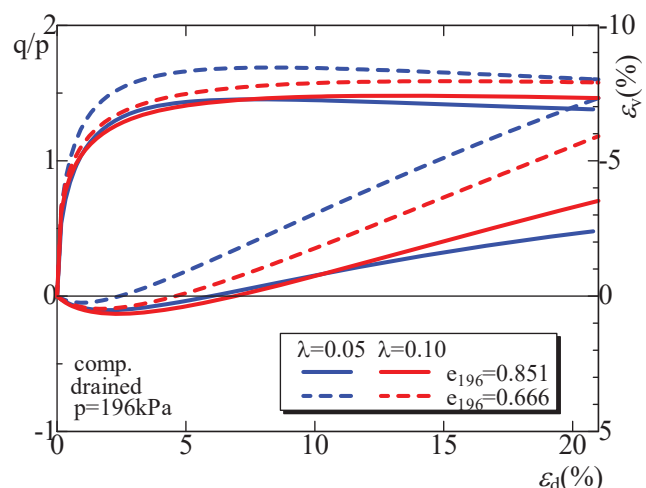
砂の等方圧縮時の e - $\log p$ 関係の実測値と推定したNCL

材料パラメータ

λ	0.05	0.10
κ	0.004	0.004
$N=e_{NC}$ at $p=98\text{kPa}$	1.0	1.2
v_e	0.2	0.2
a	60	60
$R_{CS}=(\sigma_1/\sigma_3)_{CS(\text{comp})}$	3.2	3.2
β	1.6	2.0
k_a	16	30

等方圧縮試験から

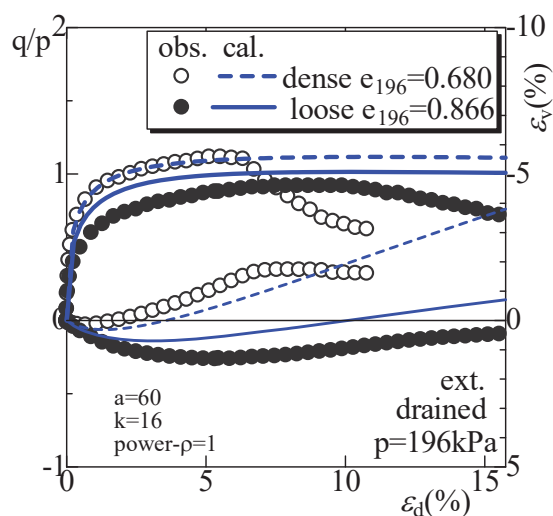
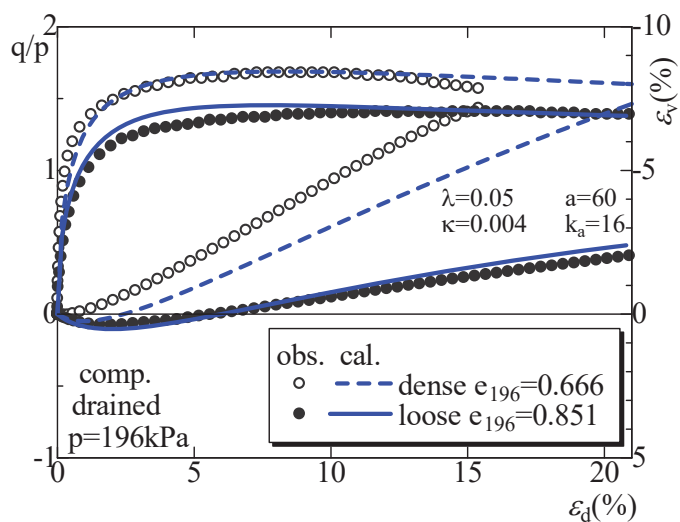
せん断試験から



2つの正規圧密線に基づく砂のせん断試験の解析結果

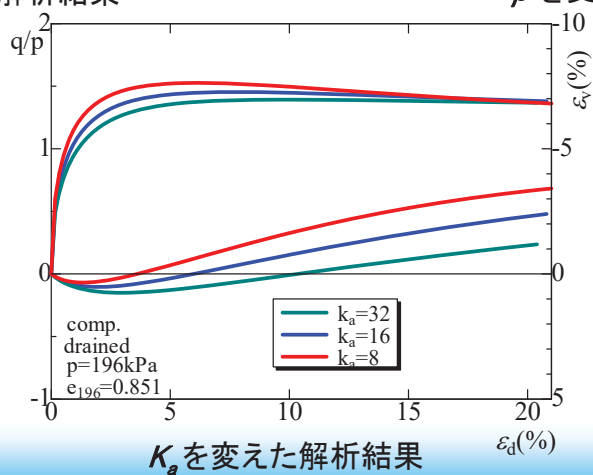
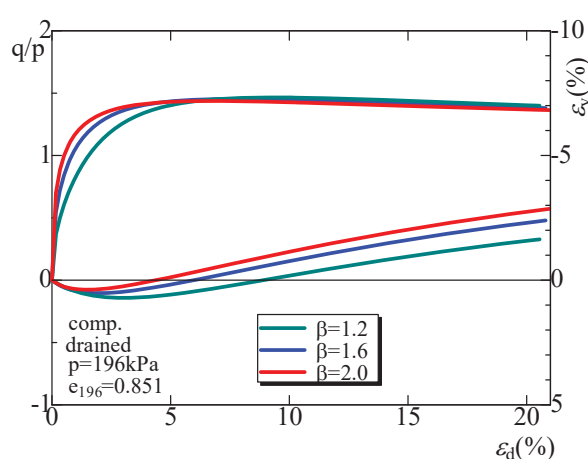
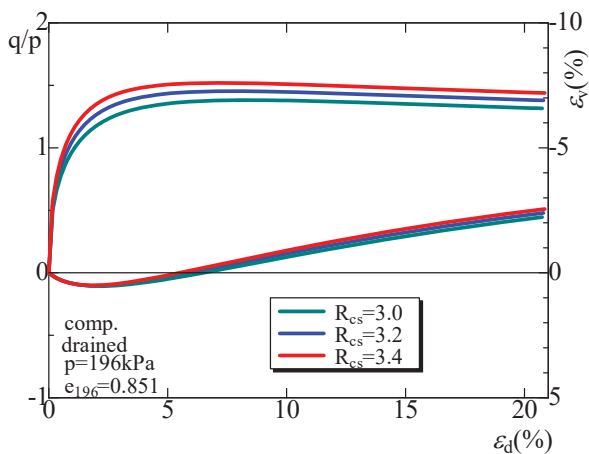
32

砂の三軸圧縮および伸張試験結果と解析結果



33

R_{cs} , β , k_a の感度



34

材料パラメータの決め方のまとめ

- 粘性土でも砂質土でもモデルは同じで、パラメータも材料が決まれば状態によらず共通。

粘性土

- 粘性土ではNCL(κ, λ, N)を比較的簡単に決められる。
- 過圧密土の圧縮試験から a を決める。ただし、 a はそれほど厳密に決めなくてもよい。
- R_{CS} は限界状態の内部摩擦角から求められる。
- せん断試験(粘土では非排水になると思うが)にfitするように k_a を決める。
- $\beta(1.1 \sim 2.0)$ は降伏関数の形状なので感度を参考に。大体、1.5, 1.6あたりが多い。
- Bondingがある土では ω_0, b を乱さない土の圧縮試験(等方あるいは K_0 圧縮)から決める。また、そのせん断試験結果と合わないときは k_b 調節可能。

砂質土

- 砂質土ではNCL(κ, λ, N)が判らないので、最小間隙比、最大間隙比、密度の異なるせん断試験結果、拘束応力の異なる試験結果を参考にNCLを推定する。CSLもNCLと平行になること、 ρ_0 の比率で剛性の大きさが決まること、 ρ_0 が決まれば応力比 $\sim$ ひずみ関係は拘束応力に関係ないことを参考にする。どうしてもないときは κ の10倍ぐらいを λ とする。
- 圧縮試験があればそれにfitするように a を決める。 a は推定でも後の k_a で調整可。
- 推定したNCL, a に基づいて、せん断試験の解析を行い k_a を決める。
- R_{CS}, β もそれらの感度を参考に決める。

35

Subloading t_{ij} modelが表現できること

Nakai & Hinokio (2004) : S&F, 44(2)

Nakai, Shahin, Kikumoto, Kyokawa, Zhang & Farias (2011) : S&F, 51(6)

Nakai (2012) : *Constitutive modeling of geomaterials*, CRC Press

(1) **中間主応力**が変形・強度特性におよぼす影響

(2) **引張り応力の発生しない**構成モデル

t_{ij} の概念

(3) 変形・強度特性におよぼす間隙比や拘束応力の影響
「過圧密土」

(4) 自然堆積粘土等に見られる構造の発達した土の挙動
「自然堆積土」

下負荷面の考え方と
その拡張(密度とボン
ディングを考慮)

(5) **ひずみ増分方向**におよぼす応力増分方向の影響

パラメータを増やさず塑
性ひずみ増分の分割

(6) **時間効果特性**すなわちレオロジー特性

正規圧密線(NCL)の
シフトと下負荷面

モデルはこれらの特性を唯一的な材料パラメータで説明できる。

36

■Constitutive Modeling

(構成モデル＋要素試験)

■Numerical Modeling

(数値解析)

■Physical Modeling

(モデル実験)

これら3つのモデリングが有機的に結びつけば、信頼性のある地盤変形・破壊挙動の予測法が確立できる。

最近支持力問題についてこれら3つのモデルリングで予測・検証した論文が発表されているので参考までに紹介する。

遠心模型実験と三次元弾塑性有限要素解析による送電用鉄塔基礎
の支持力特性の解明

寺中・岡 (東京電力), 高橋(東電設計),
中谷 (大日本土木), 譽田・中井(地域地盤環境研究所)
土木学会論文集、2025年81巻10号ID25-00071

37

参考文献

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000a): Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, **40**(2), 99-110.
- 2) Chowdhury, E. Q. and Nakai, T. (1998): Consequence of the t_{ij} -concept and a new modeling approach, *Computers and Geotechnics*, **23**(3), 131-164.
- 3) Hashiguchi, K. (1980): Constitutive equation of elastoplastic materials with elasto-plastic transition, *Jour. of Appli. Mech., ASME*, **102**(2), 266-272.
- 4) Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974): Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc. of JSCE*, **232**, 59-70.
- 5) Nakai, T. and Mihara, Y. (1984): A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, **24**(2), 82-94.
- 6) Nakai, T. and Hinokio, T. (2004): A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters, *Soils and Foundations*, **44**(2), 53-70.
- 7) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 2.弾塑性論の解説とカムクレイモデルの適用性, *地盤工学会誌, 講座*, **59**(4), 47-55.
- 8) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 7.3主応力条件下での材料特性のモデル化, *地盤工学会誌, 講座*, **59**(9), 66-75.
- 9) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011a): A simple and unified one-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1129-1148.
- 10) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011b): A simple and unified three-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1149-1168.
- 11) Nakai, T. (2012): *Constitutive Modeling of Geomaterials: Principles and Applications*, CRC Press
- 12) 中井照夫(2018): 巨視的および微視的観点から見た t_{ij} の概念の意義, *地盤工学会誌*, **66**(7), 18-21
- 13) Roscoe K.H., Burland J.B. (1968): On the generalized stress-strain behavior of wet clay, In *Engineering Plasticity*, Cambridge University Press, 535-609.
- 14) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968): *Critical State Soil Mechanics*, McGraw- Hill.

38